



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Județeană și a Municipiului București, 10 Martie 2012

CLASA a V-a

Problema 1. Aflați numerele de trei cifre care se micșorează de nouă ori dacă li se șterge cifra din mijloc.

Gazeta Matematică

Problema 2.

- Care puteri ale numărului 2 se scriu cu patru cifre (în baza 10)?
- Fie n număr natural nenul. Arătați că există cel puțin trei puteri a lui 2 care se scriu cu n cifre (în baza 10).

Problema 3. Se consideră 51 de numere naturale pare. Demonstrați că putem alege două dintre acestea cu proprietatea că produsul dintre suma și diferența lor este divizibil cu 400.

Problema 4. Într-o cutie se află 36 de bile numerotate de la 1 la 36. Ion încearcă să elimine bilele din cutie, în etape. Fiecare etapă constă în următoarea succesiune de operații:

- Ion extrage la întâmplare patru bile din urnă.
- Ion elimină câte două bile dintre cele patru dacă diferența numerelor înscrise pe acestea se divide cu 3.
- Ion reintroduce în urnă bilele care nu au fost eliminate.

- Arătați că, în fiecare etapă, Ion poate elimina cel puțin două bile.
- Arătați că, dacă în cutie rămân numai patru bile, atunci Ion le poate elimina pe toate.

*Timp de lucru 2 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*